4°) Soit λ un réel strictement positif On désigne par $\mathcal{A}_\lambda$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f, les axes du repère et la droite d'équation $x = \lambda$.

a) Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = e^{-x} - \dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

b) Montrer que $\mathcal{A}_\lambda = -e^{-\lambda} + \ln(1+e^{-\lambda}) + 1 - \ln 2$.

c) Calculer $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} \mathcal{A}_\lambda$.

EXERCICE N°3 — 5 points

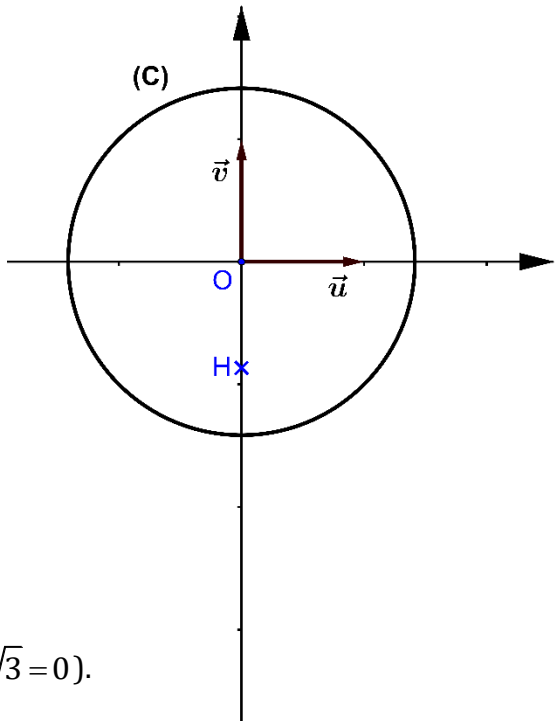
1°) Soit les nombres complexes $z_1 = \dfrac{\sqrt{5}}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = -\dfrac{\sqrt{5}}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

a) Calculer $z_1 + z_2$ et $z_1 \times z_2$.

b) En déduire que, pour tout nombre complexe z, $(z - z_1)(z - z_2) = z^2 + i\sqrt{3}\, z - 2$.

Dans la suite, on munit le plan complexe d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ et on considère les points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et z_2.

2°) Dans la figure ci-contre, on a tracé le cercle (C) de centre O et de rayon $\sqrt{2}$ et on a placé le point H d'affixe $\dfrac{-i\sqrt{3}}{2}$.



a) Montrer que M_1 et M_2 appartiennent au cercle (C).

b) Justifier que H est le milieu du segment $[M_1M_2]$.

c) Construire les points M_1 et M_2.

3°) Soit K le point d'affixe $-i\sqrt{3}$.

Soit z un nombre complexe et M et N les points du plan complexe d'affixes respectives z et z^3.

a) Montrer que :

(K est le milieu du segment [M N]) si et seulement si $(z^3 + z + 2i\sqrt{3} = 0)$.

b) Vérifier que $z^3 + z + 2i\sqrt{3} = (z - i\sqrt{3})(z^2 + i\sqrt{3}\, z - 2)$.

c) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^3 + z + 2i\sqrt{3} = 0$.

d) Construire alors les points N_1 et N_2 d'affixes respectives z_1^3 et z_2^3

(On rappelle que z_1 et z_2 sont les affixes des points M_1 et M_2).

e) Déterminer l'affixe a d'un point A de l'axe $(O, \vec{v})$ dont le symétrique par rapport au point K est d'affixe a^3.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com